Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
DOCA, NICOLAE
Dinamica sistemelor : între echilibru și haos / Nicolae Doca. - Timişoara : Editura Universității de Vest, 2023
Conține bibliografie
ISBN 978-630-327-014-2

504
53

Imaginea de pe coperta 1 este preluată de pe www.uib.no (Foto: Sergio Souza)

Editor: Marilena Tudor
Tehnoredactare și copertă: Liliana Olaru

Editura Universității de Vest din Timișoara
Calea Bogdăneștilor nr. 32A
300389, Timişoara
E-mail: editura@e-uvt.ro
Tel.: +40 - 256 592 681

Nicolae Doca

DINAMICA SISTEMELOR

Între echilibru și haos

Editura Universității de Vest din Timișoara
2023

CUPRINS

Motto

Dacă tu ai un măr și eu am un măr
și le schimbăm între noi, fiecare va avea un măr.
Dacă tu ai o idee și eu am o idee
și le schimbăm între noi, fiecare va avea două idei.

Mark Twain / Bernard Shaw

Din chaos Doamne-am apărut
Și m-aș întoarce-n chaos...
Și din repaos m-am născut,
Mi-e sete de repaos.

M. Eminescu - Luceafărul

1. CONCEPTUL DE SISTEM

1.1 Noțiuni și definiții

Sistemul (S) constă dintr-o mulțime de **entități** (E) aflate în **relații** exprimate prin mulțimea (R) și care formează un întreg relativ limitat față de mediu (Bertalanffy, 1950, 1973; Botnariuc,1976). Formal, sistemul este o structură relațională:

$$S = \langle E,R \rangle \qquad 1.1$$

care arată că sistemul nu este doar o sumă a entităților (agregat) și nici o idee transcendentă (platonică) față de aceste elemente. Dar sistemul, deși relativ limitat față de mediu, interacționează cu acesta **și cu alte sisteme**, **și răspunde**. (v. Fig. 1.1).

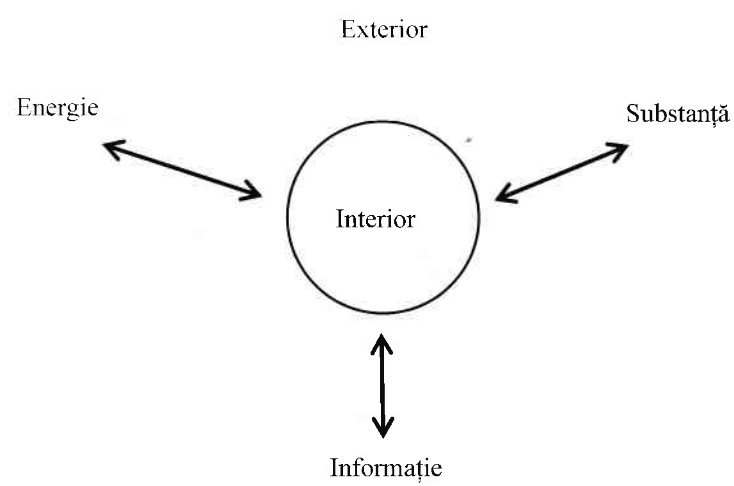


Figura 1.1. Interacția unui sistem cu exteriorul

Mediul exterior acționează asupra sistemului prin fluxuri de energie, substanță și/sau informație, caracterizate prin vectorul de intrare

$$\mathbf{U} = (u_1, u_2, \ldots u_m)^T \qquad 1.2$$

Sistemul va răspunde la respectivele acțiuni tot prin fluxuri de substanță, energie respectiv informație, caracterizate prin vectorul de ieșire

$$\mathbf{Y} = (y_1, y_2, \ldots y_p)^T \qquad 1.3$$

Funcțiunea unui sistem o reprezintă relația dintre mărimile de intrare și cele de ieșire, adică

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}(\mathbf{U}) \qquad 1.4$$

Teoria sistemelor operează cu două tipuri de funcțiuni:

- cu răspuns direct, Fig. 1.2.a, caracteristic *sistemelor statice;*
- cu răspuns indirect, Fig. 1.2.b, caracteristic *sistemelor dinamice.*

În cazul sistemelor statice răspunsul este instantaneu, conform relațiilor dintre elementele componente, pe când la sistemele dinamice, *mărimile de intrare generează o **stare de echilibru** care se instalează cu o întârziere depinzând de dinamica proprie*, apoi răspunsul va fi instantaneu.

$$\mathbf{U} \longrightarrow \mathbf{Y} \qquad\qquad \mathbf{U} \longrightarrow \mathbf{X} \longrightarrow \mathbf{Y}$$

a **b**

Figura 1.2. Răspunsul sistemului static (a), respectiv dinamic (b)

Parametrii stării de echilibru sunt caracterizați prin vectorul

$$\mathbf{X} = (x_1, x_2, \ldots x_n)^T \qquad 1.5$$

Prin urmare o reprezentare grafică și sintetică a unui sistem ar fi următoarea:

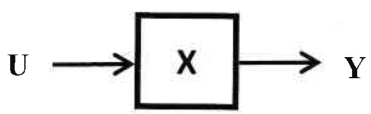


Figura 1.3. Funcțiunile unui sistem

În acord cu notațiile din Fig. 1.2 și 1.3, se pot preciza următoarele cazuri:

- *sistem izolat aflat în echilibru dinamic,* atunci când:

$$\mathbf{U} = \mathbf{Y} = 0 \qquad 1.6$$

dar $\mathbf{X} \neq 0$; într-adevăr, condiția cf. ec. (1.6) nu interzice fluxurile (de orice fel) între elementele sistemului. Pentru cazul prezentat în Fig. 1.4.a,

$$\emptyset_{12} = \emptyset_{21}, \quad \emptyset_{23} = \emptyset_{32} \quad \text{și} \quad \emptyset_{31} = \emptyset_{13} \qquad 1.7$$

iar condiția de stare staționară se redă prin:

$$\frac{\partial \emptyset}{\partial t} \rightarrow 0 \qquad 1.8$$

Setul de ecuații (1.7, 1.8) precizează condiția de echilibru în sistemele izolate, studiate cu precădere în termodinamică.

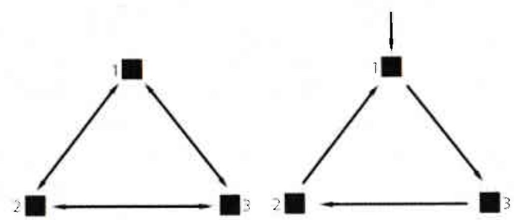
- *sistem deschis asimetric, aflat în stare staționară de neechilibru,* atunci când

$$\mathbf{U} \neq \mathbf{0} \text{ și } \mathbf{X} \neq \mathbf{0} \text{ dar } \mathbf{Y} = \mathbf{0} \qquad 1.9$$

Într-adevăr, fluxul **U** face ca pentru anumite categorii (substanță, energie și/sau informație) $\partial\emptyset/\partial t \geq 0$, astfel că între elementele sistemului apar fluxuri orientate (Fig. 1.4.b):

$$\emptyset_{12} \neq \emptyset_{21}, \emptyset_{23} \neq \emptyset_{32}, \text{și } \emptyset \neq \emptyset_{13} \qquad 1.10$$

- *sistem deschis simetric, aflat în stare de echilibru,* când toți trei vectorii conform Fig. 1.3 sunt diferiți de zero. Și în acest caz, tendința spre echilibru (ec. 1.8) va determina crearea unor fluxuri asimetrice între elementele sistemului.



a b

Figura 1.4. Fluxurile dintre elementele unui sistem
a) sistem izolat; b) sistem deschis asimetric

Unul din marile avantaje ale abordării sistemice este **izomorfismul**, adică acceptarea corespondenţei biunivoce a două sisteme (cu elementele şi relaţiile specifice), atunci când două fenomene, nu neapărat înrudite, sunt descrise de aceleaşi ecuaţii, sau a căror legi au aceleaşi expresii matematice. Ca urmare se poate realiza un transfer de metode şi modele de la un domeniu la altul, situaţie care interesează mai ales ştiinţele în care nivelul conceptual şi teoretic nu l-a atins încă pe cel din alte ramuri. Este, de altfel, strategia cercetărilor inter- şi trans-disciplinare, care contribuie şi la realizarea unei viziuni unificatoare asupra ştiinţei.

1.2. Arhitectura sistemelor

Arhitectura unui sistem este *setul de funcţiuni* pe care sistemul îl poate realiza în timp şi spaţiu, ca urmare a relaţiilor dintre elementele sale şi a interacţiunilor cu exteriorul. Se poate considera că **arhitectura este o structură de funcţiuni.**

Prin urmare, fluxurile vectorului de intrare pot avea surse diferite (a, b, c), grupate în sub-vectorii $\mathbf{u_a}$, $\mathbf{u_b}$, ..., adică:

$$\mathbf{U}\ \{\mathbf{u_a}, \mathbf{u_b}, \mathbf{u_c}, \ldots\}^{\mathrm{T}} \qquad 1.11$$

La fel

$$\mathbf{Y}\ \{\mathbf{y_a}, \mathbf{y_b}, \mathbf{y_c}, \ldots\}^{\mathrm{T}} \qquad 1.12$$

şi

$$\mathbf{X}\ \{\mathbf{x_a}, \mathbf{x_b}, \mathbf{x_c}, \ldots\}^{\mathrm{T}} \qquad 1.13$$

vor conţine sub-vectori aparţinând şi/sau provenind de la entităţi diferite, după cum se sugerează în Fig. 1.5. Această apartenenţă/provenienţă diferită sugerează eterogenitate.

Eterogenitatea sistemului este condiţia necesară pentru stratificarea structurilor în timp şi spaţiu, indiferent dacă aste vorba de structura elementelor, a relaţiilor sau a funcţiunilor. Se instalează astfel o **ierarhizare a sistemelor**, ceea ce înseamnă că *orice sistem este alcătuit din subsisteme şi la rândul său este un subsistem al unui sistem ierarhic superior* (v. Fig. 1.6).

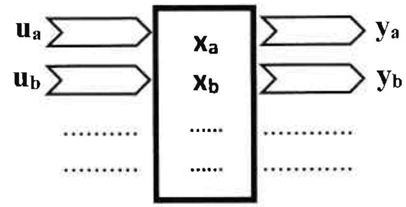


Figura 1.5. Setul de funcţiuni ale unui sistem

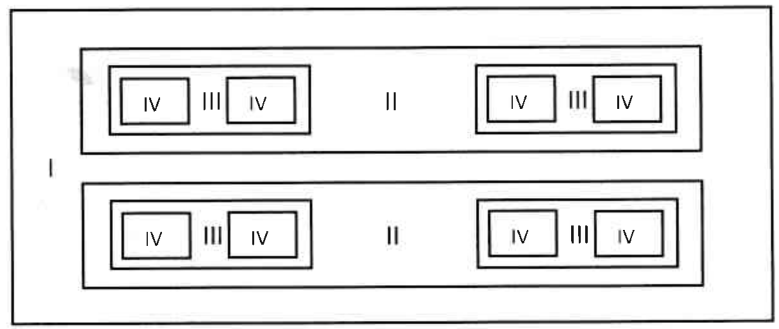


Figura 1.6. Ierarhizarea sistemelor; sistemele de rangul întâi (I) şi de rangul patru (IV) nu sunt holomere

Holomerul este un subsistem al unui sistem ierarhic superior care conţine în acelaşi timp propriile subsisteme. Noţiunea este foarte utilă în precizarea ierarhiei: sistemul cu rangul ierarhic cel mai mare (I din Fig. 1.6) nu este holomer; similar, sistemele cu rangul ierarhic cel mai mic (IV din Fig. 1.6) nu sunt holomere.

Conceptual, arhitectura unui sistem permite:

- *înţelegerea* modului în care sistemul permite îmbinarea funcţiilor sale;
- *extinderea* noţiunii de la sistemele tehnice la cele naturale (biologice şi geografice), socio-tehnice şi socio-economice;
- *elaborarea* unei metode de analiză şi sinteză a sistemelor;
- exprimarea *matematică*, ceea ce crează posibilitatea unei abordări sintetice, integratoare a funcţiunilor unui sistem şi a formalizării legăturii dintre aceste funcţiuni şi structură.

2. ANALIZA ȘI SINTEZA SISTEMICĂ

Acceptând definiția formală a unui sistem (ec. 1.1), atunci, ca o consecință a existenței relațiilor R, sistemul S va fi capabil să răspundă oricăror semnale din exterior; relația (1.4) împreună cu (1.1) devin postulatul:

$$\forall\ \mathbf{S}\ \exists\ f_i(\mathbf{U}), \quad \mathbf{Y} = f_i(\mathbf{U}) \qquad 2.1$$

adică pentru orice sistem există funcții f_i care leagă parametrii fluxurilor de eșire de cei ai fluxurilor de intrare. Teoria sistemică operează cu două instrumente de bază:

- *analiza sistemică*, ce își propune stabilirea elementelor **E** și a relațiilor **R** dintre acestea, dacă se cunosc funcțiile f_i;
- *sinteza sistemică*, prin care se propune/stabilește un set de elemente E și relațiile R necesare pentru a asigura sistemului S funcțiunile f_i dorite.

2.1. Analiza sistemică

În situația în care nu se cunosc decât funcțiunile sistemului, nu și structura acestuia (elementele componente și relațiile dintre acestea), strategia de rezolvare folosește abordarea pe etape; la început se consideră sistemul o *cutie neagră* căreia treptat i se dezvăluie structura, prin diferite etape de *cutie gri*, pentru ca în final să fie precizate toate elementele E și relațiile R, ajungându-se la *cutia albă*, Fig. 2.1.

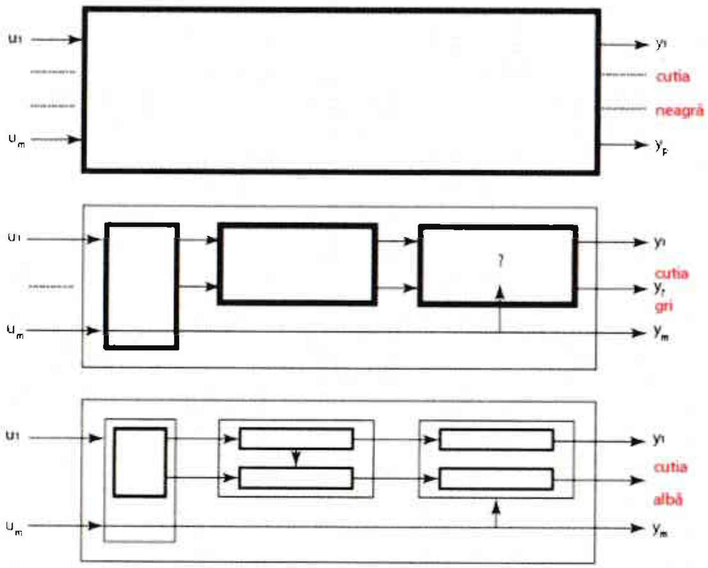


Figura 2.1. Etapele descifrării structurii unui sistem

Etapele parcurse într-un proces de analiză sistemică sugerează că subsistemele unui sistem analizat pot fi considerate *elemente* ale acestuia, astfel că *relaţiile* nu sunt altceva decât intrări/ieşiri între subsisteme. Considerând un sistem de rangul **i** şi subsistemul de rang imediat inferior, **i+1**, atunci această observaţie se transcrie ca:

$$\mathbf{Y}_i \equiv \mathbf{U}_{i+1} \qquad 2.2$$

Teoria grafurilor precizează că *un GRAF este o mulţime nevidă finită G de vârfuri/noduri, **V**, asociată cu o mulţime de muchii, **M**, ce leagă două vârfuri din **V**,* adică:

$$G <V,M> \qquad 2.3$$

Similitudinea cu ec. 1.1 este evidentă, ceea ce permite să considerăm ***Teoria grafurilor* ca instrument matematic adecvat studiului sistemelor**. Aceasta înseamnă că:

$$E \leftrightarrow V \quad \text{şi} \quad R \leftrightarrow M \qquad 2.4$$

iar mulţimea muchiilor grafului constituie sistemul de funcţiuni (arhitectura), adică:

$$\mathbf{M}\ \{\ \mathbf{U}, \mathbf{Y}\} \qquad 2.5$$

De regulă, fluxul $\emptyset$ este *dirijat* de la un element la următorul, sau de la un subsistem de rang superior spre unul de rang inferior, (v. şi ec. 2.2); prin urmare, graful care modelează un astfel de sistem va fi un **graf orientat**, iar muchiile sunt **arce**, astfel că ierarhizarea devine o caracteristică intrinsecă a sistemului.
Există cazuri când una din mărimile de eşire, y_i, este şi una din mărimile de inrare ale sistemului, u_j; în această situaţie de *feed-back* funcţionarea sistemului depinde implicit şi de răspunsul acestuia faţă de o anumită stare **X**.

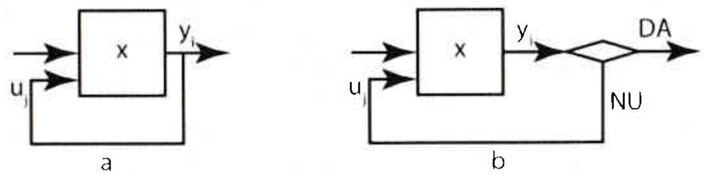


Figura 2.2. Variante de feed-back

Variantele de feed-back cele mai întâlnite sunt prezentate în Fig. 2.2:

a) *Direct*, când mărimea de eşire y_i este şi una din mărimile de intrare, u_j;

b) *Decizional*, când mărimea de eşire este analizată într-un element de decizie/comparare şi devine mărime de intrare doar dacă NU îndeplineşte o anumită condiţie.

2.1.1. Configuraţia elementelor unui sistem.

Una din caracteristicile cele mai importante ale unui sistem este *configuraţia* elementelor acestuia, adică legătura dintre aceste elemente, realizate prin intermediul relaţiilor.

Cea mai simplă configuraţie este cea de tip **lanţ**, Fig. 2.3, când două elemente consecutive sunt adiacente, unite printr-o relaţie (fie şi de feed-back); evident că elementele de la extremităţi nu sunt holomere. Nu se exclude posibilitatea ca unele

U → ■ → ■ → ■ → ■ → ■ → ■ → Y
↓ ↓

Figura 2.3. Configuraţia unui sistem de tip lanţ.

elemente din interiorul lanţului să aibe ieşiri intermediare. Astfel de configuraţii descriu sisteme mari; exemple ar fi sistemul tehnologic de transformare a unei resurse naturale în bunuri de consum (sisteme tehnice mari), sau sistemul de învăţământ (sisteme sociale). Dacă cel puţin o relaţie este de tipul prezentat în Fig. 2.2.b, avem de-a face cu un *lanţ decizional.*

Sistemul de tip **arbore** presupune că cel puţin un element este adiacent la mai mult de două elemente, Fig. 2.4. Desigur, configuraţiile pot fi variate, corespunzător

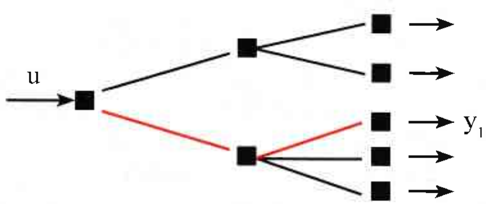


Figura 2.4. Configuraţia unui sistem de tip arbore

sistemului concret pe care-l modelează. Şi la acest tip de sistem, dacă cel puţin o relaţie este un feed-back de tipul prezentat în Fig. 2.2.b, avem un *arbore de decizie.*

În Fig. 2.4 este marcat cu altă culoare **drumul** care leagă o anumită mărime de eşire y_i de mărimea de intrare u. Prin identificarea şi definirea tuturor drumurilor se definesc de fapt funcţiunile sistemului (arhitectura) **M**.

Sistemele cu **configuraţie regulată** au elementele aşezate în formă de poligon regulat (v. un ex. în fig. 1.4). Multe cazuri din natură şi ştiinţă pot fi modelate prin astfel de configuraţii.

2.1.2. Caracterizări numerice

Reprezentarea grafică a elementelor şi relaţiilor unui sistem constituie prima etapă în analiza acestuia (esenţială dar nu suficientă). Pe lângă aspectele *calitative*, analiza necesită şi date **cantitative**, de accea, componentele unui sistem ar trebui caracterizate şi numeric, pentru a avea criterii obiective de comparaţie.

GRADUL unui *element i*, q_i, este definit de numărul elementelor adiacente (echivalent cu numărul de relaţii cu elementele adiacente, indiferent dacă acestea aparţin unui sistem ierarhic superior sau unui subsistem).

Însumând gradele tuturor elementelor, Σq_i, se obţine o caracterizare numerică atât a mărimii sistemului, cât şi a nivelului de „ramificare” Evident că această valoare$_i$ creşte odată cu numărul de elemente ale grafului; pentru a descrie mai degrabă gradul de „ramificare” al sistemului/arborelui decât mărimea acestuia, se recurge la normarea valorii:

$$Q = \frac{1}{n}\Sigma q_i \qquad 2.6$$

unde *n* este numărul de elemente ale sistemului.

Conectivitatea relaţiei dintre două elemente conexe **i** şi **j** este dată de

$$k_{ij} = (q_i \cdot q_j)^{1/2} \qquad 2.7$$

iar **indicele de conectivitate** pentru întregul sistem este

$$K = \frac{1}{n}\,\Sigma\, k_{ij} \qquad 2.8$$

În ecuaţia de sus, suma conectivităţilor s-a împărţit la numărul total al relaţiilor (adică numărul termenilor sumei) pentru a obţine o *valoare normată.* Astfel, indicele de conectivitate va depinde esenţialmente de nivelul de „ramificare” al grafului model şi nu de mărimea acestuia (adică a sistemului modelat).

Drept exemplu, caracteristicile numerice pentru arborele din Fig.2.4 sunt prezentate în Fig. 2.5.